

2016 年更生日報盃數學大賽(第 12 屆)高職一年級試題

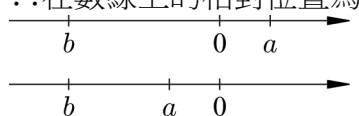
(單選題共 25 題，每題 4 分，共計 100 分，答錯不倒扣)

※ 答案卡必須使用 2B 鉛筆畫記。

1. 解聯立方程式 $\begin{cases} 147x+64y=358 \\ 64x+147y=275 \end{cases}$ ，則 $x-y=?$
(A)-1 (B)0 (C)1 (D)2 (E)3

解： $\begin{cases} 147x+64y=358 \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 64x+147y=275 \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$
 $\Rightarrow \begin{cases} \textcircled{1}+\textcircled{2}: 211x+211y=633 \\ \textcircled{1}-\textcircled{2}: 83x-83y=83 \end{cases}$
 $\Rightarrow \begin{cases} x+y=3 \cdots \cdots \textcircled{3} \\ x-y=1 \cdots \cdots \textcircled{4} \end{cases}$ ， $\textcircled{3}+\textcircled{4}$ 解得 $x=2, y=1$
 則 $x-y=2-1=1 \therefore$ 選(C)

2. 數線上兩個點的坐標分別為 a 與 b ，若 $a > b$ ，且 $|a| < |b|$ ，則下列何者正確？ (A) a 必為正數 (B) a 必為負數 (C) b 必為正數 (D) b 必為負數 (E)以上皆非

解： $a > b$ 且 $|a| < |b|$
 \therefore 在數線上的相對位置為

 故選(D)

3. 計算 $100 + (-101) + 102 + (-103) + 104 + (-105) \cdots \cdots -109 + 110 = ?$
(A) 100 (B) 105 (C) 110 (D) 120

解：原式 $= (100-101) + (102-103) \cdots \cdots + (108-109) + 110$
 $= (-1) + (-1) + \cdots \cdots + (-1) + 110$
 $= (-5) + 110 = 105 \therefore$ 選(B)

4. $\sqrt{\frac{1}{5^2} + \frac{1}{4^2}} + 1$ 等於下列哪一個選項？
(A) 1.01 (B) 1.05 (C) 1.1 (D) 1.15 (E) 1.21

解： $\sqrt{\frac{1}{5^2} + \frac{1}{4^2}} + 1 = \sqrt{\frac{4^2 + 5^2 + 5^2 4^2}{5^2 4^2}} = \sqrt{\frac{441}{400}} = \sqrt{\left(\frac{21}{20}\right)^2} = \frac{21}{20} = \frac{105}{100} = 1.05$ 故選(B)

5. 如果 $x=1$ 是方程式 $\frac{-4x+7}{3} + \frac{3x-3a}{2} = a$ 的解，則 $a=?$
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

解：以 $x=1$ 代入：
 $\frac{-4+7}{3} + \frac{3-3a}{2} = a, 1 + \frac{3-3a}{2} = a$
 $2+3-3a=2a, 5-3a=2a, 5a=5 \therefore a=1 \therefore$ 選(A)

6. 小亞有紅牌 16 張，黑牌 18 張，混合後分成甲、乙兩堆。若甲堆比乙堆多 12 張，且甲堆中的紅牌比乙堆中的黑牌多 5 張，則甲堆中的黑牌比乙堆中的紅牌多幾張？ (A) 2 (B) 5 (C) 7 (D) 10 (E) 15

解：設乙堆的黑牌有 x 張 \therefore 甲堆的黑牌有 $(18-x)$ 張，乙堆的紅牌有 $(11-x)$ 張
 $(18-x) - (11-x) = 7 \therefore$ 選(C)

	紅	黑
甲	$x+5$	$18-x$
乙	$11-x$	x
	16	18

7. 設 a, b, c 均為正整數，已知 $a=3 \times 25 \times 21^5, b=105^5, c=3^2 \times 5^3 \times 7^6$ ，比較 a, b, c 三數的大小順序？
(A) $a > b > c$ (B) $b > a > c$ (C) $a > c > b$ (D) $c > a > b$ (E) 以上皆非

解： $a = (3^2 \times 5^2 \times 7^5) \times (3^4) = (3^2 \times 5^2 \times 7^5) \times 81$
 $b = (3^2 \times 5^2 \times 7^5) \times (3^3 \times 5^3) = (3^2 \times 5^2 \times 7^5) \times 3375$
 $c = (3^2 \times 5^2 \times 7^5) \times (5 \times 7) = (3^2 \times 5^2 \times 7^5) \times 35 \therefore$ 選(B)

8. 創創家有 10 人、守守家有 8 人，兩家人一同看表演，該場表演的票價如圖所示。若創創家的總票價比守守家少 60 元，則創創家的半票比守守家的半票多幾張？
(A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 6 (E) 以上皆非

票價	
全價	60 元 / 張
半價	30 元 / 張

解：設創創買半票 x 張，則買全票 $10-x$ 張，設守守買半票 y 張，則買全票 $8-y$ 張
 創創共花 $30x + 60(10-x)$ 元，守守共花 $30y + 60(8-y)$ 元
 依題意 $[30x + 60(10-x)] - [30y + 60(8-y)] = -60$
 $30x + 600 - 60x - 30y - 480 + 60y = -60, -30x + 30y = -60 - 600 + 480$
 $-30x + 30y = -180 \therefore x-y=6$ ，故選(D)

9. 有一最簡分數，其分子、分母之和為 70，將其化為小數並四捨五入後為 0.6，則此分數的分母與分子相差多少？ (A)10 (B)12 (C)14 (D)16 (E)以上皆非

解：設此分數為 $\frac{70-x}{x}$ ， $x \in \mathbf{N}$ ， $70-x \in \mathbf{N}$ 且 $(x, 70-x)=1$

$$\Rightarrow 0.55 \leq \frac{70-x}{x} < 0.65 \Rightarrow \frac{11}{20} \leq \frac{70-x}{x} < \frac{13}{20}$$

$$\Rightarrow 11x \leq 20(70-x) \text{ 且 } 20(70-x) < 13x \quad (\because x > 0)$$

$$\Rightarrow \frac{1400}{33} < x \leq \frac{1400}{31} \quad \therefore x = 43, 44 \text{ 或 } 45$$

$$\Rightarrow \text{此分數為 } \frac{27}{43} \text{ 或 } \frac{26}{44} \text{ (不合) 或 } \frac{25}{45} \text{ (不合) } \therefore \text{分母與分子相差 16，故選(D)}$$

10. 已知 $m \neq n$ ，按下列步驟最後推出 $m=n$ 的結論，請問哪一步驟錯誤？

(A) $\because (m-n)^2 = (n-m)^2$

(B) $\therefore \sqrt{(m-n)^2} = \sqrt{(n-m)^2}$

(C) $\therefore m-n = n-m$

(D) $\therefore 2m = 2n$

(E) $\therefore m = n$

解： $\because \sqrt{(m-n)^2} = \sqrt{(n-m)^2} \Rightarrow |m-n| = |n-m|$ ，故選(C)

11. 已知 a, b 為實數，若 $(1-a)^2 + |b+3| = 0$ ，則 $a-b = ?$

(A)2 (B)3 (C)4 (D)5 (E)以上皆非

解： $\because (1-a)^2 \geq 0, |b+3| \geq 0$

$$\text{又 } (1-a)^2 + |b+3| = 0 \Rightarrow a=1, b=-3$$

$$\therefore a-b=4, \text{ 故選(C)}$$

12. 在 230 與 240 之間共有多少個質數？

(A)1 個 (B)2 個 (C)3 個 (D)4 個 (E)5 個

解：1° 從 231, ..., 239 中去除 2 與 5 的倍數

剩下 231, 233, 237, 239

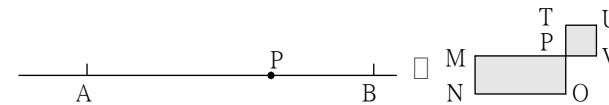
2° 再扣掉 3 的倍數 231, 237，剩下 233 與 239

3° 比 $\sqrt{233}$ 與 $\sqrt{239}$ 小的質數有 2, 3, 5, 7, 11, 13

均不為 233 與 239 的因數

\therefore 233 與 239 均為質數，故選(B)

13. 如附圖(一)，在長度為 28 的 \overline{AB} 上取一點 P 。用 \overline{AP} 圍成一個長方形 $PMNO$ ，其中 $\overline{PM} = 3\overline{PO}$ ，再用 \overline{BP} 圍成一個正方形 $PVUT$ ，如附圖(二)。已知 $\overline{PO} = t$ 時，長方形與正方形的面積和有最小值 s ，則 $s = ?$



圖(一)

圖(二)

(A) 14 (B) 22 (C) 27 (D) 49 (E) 以上皆非

解： $\because \overline{PO} = t \therefore \overline{PM} = 3t$ ，長方形 $PMNO$ 的周長為 $8t$

$$\therefore \overline{PB} = 28 - 8t, \text{ 正方形 } PVUT \text{ 的邊長為 } \frac{28-8t}{4} = 7-2t$$

$$t \times 3t + (7-2t)^2 = 3t^2 + 49 - 28t + 4t^2 = 7t^2 - 28t + 49 = 7(t^2 - 4t + 4) + 21 = 7(t-2)^2 + 21 \geq 21 \quad \therefore \text{最小值為 21，故選(E)}$$

14. 若 $a > b$ ，則下列何者可為不等式 $a+bx < ax+b$ 的解？

(A)-1 (B)1 (C)3 (D)-5 (E)以上皆非

解： $\because a > b \therefore a-b > 0$

$$a+bx < ax+b \Rightarrow a-b < (a-b)x \Rightarrow x > 1 \therefore \text{選(C)}$$

15. 若 $(b+c):(c+a):(a+b) = 12:9:7$ ，則 $a:(a+b):(a+b+c) = ?$

(A) 2:7:14 (B) 1:3:6 (C) 2:3:4 (D) 1:9:18 (E) 以上皆非

解：令 $\begin{cases} b+c=12r \cdots \cdots ① \\ c+a=9r \cdots \cdots ② \\ a+b=7r \cdots \cdots ③ \end{cases}$

$$\frac{①+②+③}{2} \Rightarrow a+b+c=14r \cdots \cdots ④$$

$$④-① \Rightarrow a=2r; ④-② \Rightarrow b=5r; ④-③ \Rightarrow c=7r$$

$$\text{則 } a:(a+b):(a+b+c) = 2r:7r:14r = 2:7:14 \therefore \text{選(A)}$$

16. 求 $263 \times 265 + 266^2 - 266 \times 264 - 264^2 = ?$

(A) 530 (B) 531 (C) 532 (D) 533 (E) 以上皆非

解：原式 $= (264+1)(264-1) + 266^2 - (265+1)(265-1) - 264^2$

$$= 264^2 - 1 + 266^2 - (265^2 - 1) - 264^2$$

$$= 266^2 - 265^2 = (266+265) \times (266-265) = 531 \therefore \text{選(B)}$$

17. 若 $a(x+1)(x-2) + b(x+2)(x-1) + (x-2)(x+1)$ 可化簡為 $2x^2 + 3x + c$ ，則 $a+b+c = ?$ (A) -3 (B) -4 (C) -5 (D) -6 (E) -7

解： $a(x^2 - x - 2) + b(x^2 + x - 2) + (x^2 - x - 2)$
 $= 2x^2 + 3x + c(a+b+1)x^2 + (-a+b-1)x + (-2a-2b-2)$
 $= 2x^2 + 3x + c$

$$\begin{cases} a+b=1 \\ b-a=4 \end{cases}, \text{得} \begin{cases} a=-\frac{3}{2} \\ b=\frac{5}{2}, c=-4 \end{cases}$$

則 $a+b+c = -\frac{3}{2} + \frac{5}{2} - 4 = -3$ ，故選(A)

18. 有一個圓形跑道分內、外兩圈，半徑分別為 30, 50 公尺。今甲在內圈以等速行走，乙在外圈以等速跑步，且知甲每走一圈，乙恰跑了兩圈。若甲走了 45 公尺，則同時段乙跑了 (A) 90 公尺 (B) 120 公尺 (C) 135 公尺 (D) 150 公尺 (E) 180 公尺

解：由題意可知相同時間下

甲走的距離：乙走的距離 = 30:100 = 45:x

$\Rightarrow x = \frac{45 \times 100}{30} = 150$ (公尺)，故選(D)

19. 設 $2x^4 - x^3 + mx^2 + x + n$ 可被 $2x^2 + x + 1$ 整除，則 $2m+n = ?$ (A) -8 (B) -10 (C) 10 (D) 8 (E) 以上皆非

解：

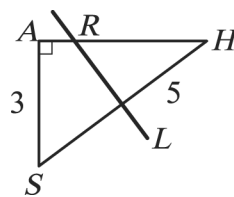
$$\begin{array}{r} x^2 - x + \frac{m}{2} \\ 2x^2 + x + 1 \overline{) 2x^4 - x^3 + mx^2 + x + n} \\ \underline{2x^4 + x^3 + x^2} \\ -2x^3 + (m-1)x^2 + x \\ \underline{-2x^3 - x^2 - x} \\ mx^2 + 2x + n \\ \underline{mx^2 + \frac{m}{2}x + \frac{m}{2}} \\ 0 \end{array}$$

$\therefore \frac{m}{2} = 2, m=4; n = \frac{4}{2} = 2$

故 $2m+n = 2 \times 4 + 2 = 10$ \therefore 選(C)

20. 如圖，三角形 ASH 為直角三角形，其中 $\angle A = 90^\circ$ ，L 為 \overline{SH} 的中垂線（即 L 會垂直平分 \overline{SH} ），交 \overline{AH} 於 R 點。若 $\overline{AS} = 3$ ， $\overline{SH} = 5$ ，則 $\overline{RH} = ?$

- (A) 1.5 (B) 2 (C) $\frac{25}{8}$ (D) 2.5 (E) 以上皆非



解：如圖，L 為 \overline{SH} 的中垂線 $\therefore \overline{BS} = \frac{1}{2} \overline{SH} = \frac{5}{2}$

$\overline{AH}^2 + 3^2 = 5^2, \overline{AH}^2 = 25 - 9 = 16, \overline{AH} = \pm 4$ (負不合)

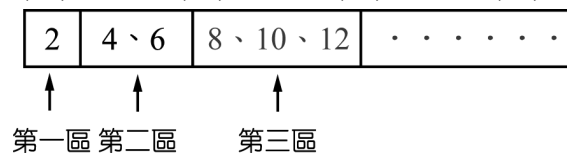
連接 \overline{RS} ，設 $\overline{AR} = a, \overline{RH} = 4 - a = \overline{RS}$

$a^2 + 3^2 = (4-a)^2, a^2 + 9 = 16 - 8a + a^2$

$8a = 7, a = \frac{7}{8} \therefore \overline{RH} = 4 - \frac{7}{8} = \frac{25}{8}$ ，故選(C)

21. 如圖，試求第十區內的數字和？

- (A) 1006 (B) 1008 (C) 1010 (D) 1012 (E) 以上皆非



解：第十區內的數字和 = $a_{46} + a_{47} + \dots + a_{55}$

$= \frac{(92+110) \times 10}{2} = 1010 \therefore$ 選(C)

22. 如圖為正三角形 ABC 與正方形 DEFG 的重疊情形，其中 D、E 兩點分別在 \overline{AB} 、 \overline{BC} 上，且 $\overline{BD} = \overline{BE}$ 。若 $\overline{AC} = 18$ ， $\overline{GF} = 6$ ，則 F 點到 \overline{AC} 的距離為何？

- (A) 2 (B) 3 (C) $12 - 4\sqrt{3}$ (D) $6\sqrt{3} - 6$ (E) 以上皆非

解： $\because \triangle ABC$ 為正三角形

$\therefore \overline{BC} = \overline{AC} = 18, \angle ABC = \angle ACB = 60^\circ$

在 $\triangle BDE$ 中， $\angle ABE = 60^\circ, \overline{BD} = \overline{BE}$

$\therefore \triangle BDE$ 為正三角形， $\angle BED = 60^\circ, \overline{BE} = \overline{DE} = \overline{GF} = 6$

$\angle CEF = 180^\circ - 60^\circ - 90^\circ = 30^\circ$

$\overline{CE} = \overline{BC} - \overline{BE} = 18 - 6 = 12$

作 $\overline{FH} \perp \overline{AC}$ ，交 \overline{AC} 於 H 點

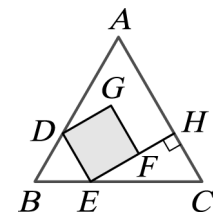
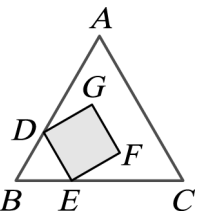
$\because \triangle CEH$ 為 $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ 的三角形

$\therefore \overline{CH} : \overline{EH} : \overline{CE} = 1 : \sqrt{3} : 2$

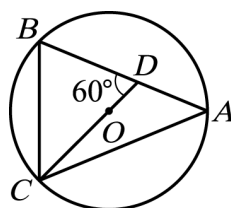
$\Rightarrow \overline{CH} : \overline{EH} : 12 = 1 : \sqrt{3} : 2$

$\Rightarrow \overline{CH} = 6, \overline{EH} = 6\sqrt{3}$

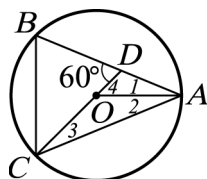
故 $\overline{FH} = \overline{EH} - \overline{EF} = 6\sqrt{3} - 6 \therefore$ 選(D)



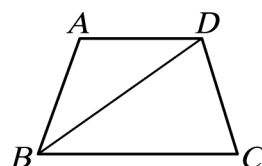
23. 如圖， $\triangle ABC$ 是圓 O 的內接等腰三角形，其中 $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，
今延長 \overline{CO} 交 \overline{AB} 於 D 。若 $\angle BDC = 60^\circ$ ，則 $\angle B = ?$
(A) 70° (B) 65° (C) 60° (D) 55° (E) 以上皆非



解： 如圖，連接 \overline{AO} ，則 $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$ ，又 $\angle 4 = \angle 2 + \angle 3$
 $\Rightarrow \angle 4 = 2\angle 2 = 2\angle 1$
 $\angle BDC = 60^\circ = \angle 1 + \angle 4 = 3\angle 1 \Rightarrow \angle 1 = 20^\circ$ ，則
 $\angle DAC = 20^\circ \times 2 = 40^\circ$
 $\angle B = \frac{180^\circ - 40^\circ}{2} = 70^\circ \therefore$ 選(A)



24. 如圖，已知 \overline{BD} 是 $\angle ABC$ 的角平分線，且 $\overline{AD} = \overline{DC}$ ，則
 $\angle A + \angle C = ?$
(A) 150° (B) 180° (C) 195° (D) 210° (E) 以上皆非



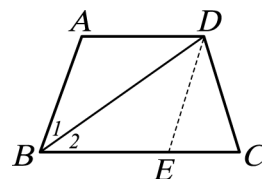
解： 如圖，在 \overline{BC} 上取 $\overline{BE} = \overline{AB}$ ，

再加上 $\angle 1 = \angle 2$ ， $\overline{BD} = \overline{BD}$

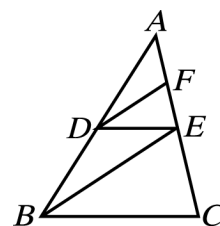
$\therefore \triangle ABD \cong \triangle EBD$ (SAS 全等性質)

故 $\angle BAD = \angle BED$ ，且 $\overline{AD} = \overline{DE} = \overline{DC}$

$\therefore \angle C = \angle DEC$ ，故 $\angle A + \angle C = 180^\circ \therefore$ 選(B)



25. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ，又 $\overline{DF} \parallel \overline{BE}$ ，若 $\overline{AF} = 4$ ， $\overline{AC} = 16$ ，
 $\overline{DE} = 7$ ，則 $\overline{EF} = ?$
(A) 4 (B) 4.5 (C) 5 (D) 6 (E) 以上皆非



解： 設 $\overline{EF} = x$ ，則 $\overline{AF} : \overline{AE} = \overline{AD} : \overline{AB} = \overline{AE} : \overline{AC}$

$\therefore 4 : (4+x) = (4+x) : 16 \Rightarrow (4+x)^2 = 64$

$\Rightarrow 4+x = \pm 8$ (負不合) $\therefore 4+x = 8, x = 4 \therefore$ 選(A)

～ 本試題結束 ～